QA 批注式详答与详析

扫码查看教材习题答案

第七章　二元一次方程组

1　认识二元一次方程组

刷基础

1. B　【解析】由二元一次方程的定义可知②和⑤是二元一次方程. 故选 B.

2. D　【解析】因为 $3x^{|m|-1}+(m-2)y=4$ 是关于 x,y 的二元一次方程,所以 $|m|-1=1$ 且 $m-2\neq 0$,解得 $m=-2$,故选 D.

> **刷有所得**　二元一次方程需满足三个条件:①是整式方程. ②方程中共含有两个未知数. ③含有未知数的项的次数都是 1.

3. A　【解析】选项 B 中有三个未知数,选项 C 中第二个方程是二次方程,选项 D 中两个方程都不是整式方程,所以选项 B、C、D 都不是二元一次方程组,只有选项 A 是二元一次方程组. 故选 A.

> **易错警示**　方程组共有两个未知数即可,并不是每一个方程都有两个未知数.

4. $x-y=0$(答案不唯一)　【解析】"…"可以是 $x-y=0$. 故答案为 $x-y=0$(答案不唯一).

5. -5　【解析】由二元一次方程组的概念,得 $c+3=0$,$b+3=1$,解得 $c=-3$,$b=-2$,所以 $b+c=-2-3=-5$. 故答案为-5.

6. A　【解析】A 选项,当 $x=5,y=-2$ 时,$2x+y=2\times5+(-2)=8$,故此选项符合题意;B 选项,当 $x=-2,y=5$ 时,$2x+y=2\times(-2)+5=1\neq8$,故此选项不符合题意;C 选项,当 $x=3,y=-4$ 时,$2x+y=2\times3+(-4)=2\neq8$,故此选项不符合题意;D 选项,当 $x=-4,y=3$ 时,$2x+y=2\times(-4)+3=-5\neq8$,故此选项不符合题意. 故选 A.

7. A　【解析】当 $x=2,y=-1$ 时,$2x-y=5$,$x+y=1$,则 $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$ 是 $\begin{cases}2x-y=5,\\x+y=1\end{cases}$ 的解,故 A 符合题意. 当 $x=2,y=-1$ 时,$3y=-3\neq2$,$3y+1=-3+1=-2\neq2$,则 $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$ 不是 $\begin{cases}x=3y,\\x=3y+1\end{cases}$ 的解,故 B 不符合题意. 当 $x=2,y=-1$ 时,$x-3=-1$,$y-2x=-1-4=-5\neq5$,则 $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$ 不是 $\begin{cases}y=x-3,\\y-2x=5\end{cases}$ 的解,故 C 不符合题意. 当 $x=2,y=-1$ 时,$x-3y=5$,$2x+y=4-1=3\neq5$,则 $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$ 不是 $\begin{cases}x-3y=5,\\2x+y=5\end{cases}$ 的解,故 D 不符合题意. 故选 A.

8. 5　【解析】把 $x=4$ 代入方程 $2x-3y=5$,得 $2\times4-3y=5$,解得 $y=1$. 把 $x=4,y=1$ 代入 $x+y=\triangle$,得 $4+1=\triangle$,所以△表示的数为 5. 故答案为 5.

9. B　【解析】根据题意可得,甲和乙列的方程组都正确. 故选 B.

2　二元一次方程组的解法

课时 1　代入消元法

刷基础

1. A　【解析】$\begin{cases}5x+3y=22,①\\y=x-2,②\end{cases}$ 把②代入①得 $5x+3(x-2)=22$,故选 A.

2. C　【解析】$\begin{cases}x+a=3,①\\y-4=a,②\end{cases}$ 把②代入①得 $x+(y-4)=3$,去括号得 $x+y-4=3$,则 $x+y=7$. 因此,无论 a 取何值,x 与 y 恒满足 $x+y=7$. 故选 C.

3. 2　【解析】$\begin{cases}2x+3y=7,①\\y=2x-3,②\end{cases}$ 把②代入①得 $2x+3(2x-3)=7$,解得 $x=2$,把 $x=2$ 代入②得 $y=2\times2-3=1$,所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$ 因为方程组 $\begin{cases}2x+3y=7,\\y=2x-3\end{cases}$ 的解也是方程 $3x+my-8=0$(m 为常数)的一个解,所以 $3\times2+m-8=0$,解得 $m=2$,所以 m 的值为 2. 故答案为 2.

4.【解】(1) $\begin{cases}y=2x-1,①\\7x-3y=1,②\end{cases}$ 把①代入②,得 $7x-3(2x-1)=1$,所以 $x=-2$,把 $x=-2$ 代入①得 $y=2\times(-2)-1=-5$,所以方程组的解为 $\begin{cases}x=-2,\\y=-5.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}2x+3y=-19,①\\x=1-5y,②\end{cases}$ 把②代入①得 $2(1-5y)+3y=-19$,解得 $y=3$,把 $y=3$ 代入②得 $x=1-$

$5\times3=-14$，所以方程组的解为$\begin{cases}x=-14,\\y=3.\end{cases}$

5. A 【解析】把①变形为 $y=2x-4$，再把 $y=2x-4$ 代入②，得 $3x+2(2x-4)=6$，故选 A.

▶**思路分析**
观察方程组中第一个方程的特点可知 $y=2x-4$，再代入②，较为简便.

6. A 【解析】把$\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$代入关于 x,y 的二元一次方程组$\begin{cases}mx+ny=8,\\nx-my=1,\end{cases}$可得$\begin{cases}2m+n=8,①\\2n-m=1,②\end{cases}$由②可得 $m=2n-1$，③ 把③代入①得 $2(2n-1)+n=8$，解得 $n=2$，把 $n=2$ 代入③可得 $m=2\times2-1=3$，所以 $2m-n=2\times3-2=6-2=4$. 故选 A.

7. -1 【解析】因为 $2*3=6,3*(-1)=4$，所以$\begin{cases}2a+3b-1=6,①\\3a-b-1=4,②\end{cases}$由②可得 $b=3a-1-4=3a-5$，③ 将③代入①得 $2a+3(3a-5)-1=6$，解得 $a=2$，将 $a=2$ 代入③得 $b=1$，所以方程组的解为$\begin{cases}a=2,\\b=1,\end{cases}$所以 $1*(-2)=1\times2+(-2)\times1-1=-1$. 故答案为$-1$.

8.【解】(1)$\begin{cases}4x-y=15,①\\2x+3y=-3,②\end{cases}$由①得 $y=4x-15$，③ 把③代入②得 $2x+3(4x-15)=-3$，解得 $x=3$，把 $x=3$ 代入③得 $y=-3$，所以方程组的解为$\begin{cases}x=3,\\y=-3.\end{cases}$

(2)$\begin{cases}3x+4y=18,①\\\frac{1}{2}x+y=4,②\end{cases}$由②得 $y=4-\frac{1}{2}x$，③ 把③代入①得 $3x+4\left(4-\frac{1}{2}x\right)=18$，解得 $x=2$，把 $x=2$ 代入③得 $y=3$，所以方程组的解是$\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$

▶**归纳总结**
对于一般形式的二元一次方程组，用代入消元法求解的关键是选取哪一个方程变形，消哪个元，选取恰当往往会使计算简单，而且不易出错. 选取的技巧：(1)优先选择有未知数的系数是 1 或-1 的方程；(2)优先选择常数项为 0 的方程.

9.【解】任务一：根据乐乐的解题过程可知，他从第二步开始出现错误. 故答案为二.

任务二：$\begin{cases}x-2y=1,①\\2x+y=5,②\end{cases}$由①得 $x=2y+1$，③ 把③代入②，得 $2(2y+1)+y=5$，解得 $y=\frac{3}{5}$，把 $y=\frac{3}{5}$代入③，得 $x=\frac{3}{5}\times2+1=\frac{11}{5}$，所以方程组的解为$\begin{cases}x=\frac{11}{5},\\y=\frac{3}{5}.\end{cases}$

课时 2　加减消元法

刷基础

1. B 【解析】$\begin{cases}8x+7y=-20,①\\8x-5y=16,②\end{cases}$ ①$-$②得 $8x-8x+7y+5y=-20-16$，$12y=-36$. 故选 B.

2. C 【解析】因为当 $x=1$ 时，$ax+3b=a+3b=1$，当 $x=2$ 时，$ax+3b=2a+3b=-1$，所以$\begin{cases}a+3b=1,\\2a+3b=-1,\end{cases}$所以$\begin{cases}a=-2,\\b=1.\end{cases}$故选 C.

3. D 【解析】$\begin{cases}2x+3y=4,①\\3x+2y=6,②\end{cases}$ ②$-$①得 $x-y=2$. 故选 D.

4.【解】(1)$\begin{cases}x-2y=0,①\\x+4y=6,②\end{cases}$ ②$-$①得 $6y=6$，解得 $y=1$，把 $y=1$ 代入①，得 $x=2$，所以方程组的解是$\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$

(2)$\begin{cases}4m+2n=13,①\\3n-4m=-3,②\end{cases}$ ①$+$②得 $5n=10$，所以 $n=2$，将 $n=2$ 代入①得 $4m+4=13$，所以 $m=\frac{9}{4}$，所以方程组的解为$\begin{cases}m=\frac{9}{4},\\n=2.\end{cases}$

5. D 【解析】$\begin{cases}2x+5y=-10,①\\5x-3y=2,②\end{cases}$要消去 y，可以将①$\times3+$②$\times5$；要消去 x，可以将①$\times5-$②$\times2$，故选 D.

6. $\frac{1}{8}$ 【解析】因为①$\times2-$②可直接消去未知数 x，所以 $2m=4$，所以 $m=2$. 因为①$+$②可直接消去未知数 y，所以 $n=3$，所以 $m^{-n}=2^{-3}=\frac{1}{8}$. 故答案为$\frac{1}{8}$.

7.【解】(1)$\begin{cases}6x+5y=25,①\\3x+2y=12,②\end{cases}$ ②$\times2$，得 $6x+4y=24$，③ ①$-$③，得 $y=1$，把 $y=1$ 代入②，得 $3x+2=12$，解得 $x=\frac{10}{3}$，所以方程组的解为$\begin{cases}x=\frac{10}{3},\\y=1.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}4x+y=11,①\\3x-2y=0,②\end{cases}$ ①×2+②，得 $11x=22$，解得 $x=2$，把 $x=2$ 代入①，得 $8+y=11$，解得 $y=3$，

所以方程组的解为 $\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$

刷易错

8.【解】(1)这种求解二元一次方程组的方法叫加减消元法，题中的求解步骤中，马小虎同学从第二步开始出现错误. 故答案为加减消元，二.

(2)①×2，得 $6x-2y=8$. ③

②-③，得 $-y=2$，解得 $y=-2$. 将 $y=-2$ 代入①，得 $x=\frac{2}{3}$. 所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=\frac{2}{3},\\y=-2.\end{cases}$

▶易错警示

利用减法消元时，减式中含有的项的系数为负数时要牢记变号.

刷提升

1. A 【解析】因为 $|3x-y-13|+(x+y-3)^2=0$，所以 $\begin{cases}3x-y-13=0,①\\x+y-3=0,②\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}x=4,\\y=-1,\end{cases}$ 所以 $y^x=1$，故选 A.

▶归纳总结

初中阶段有三种类型的非负数：(1)绝对值；(2)偶次方；(3)算术平方根. 当它们相加和为 0 时，必须满足其中的每一项都等于 0.

2. A 【解析】根据题意得 $\begin{cases}2a+b=10,\\10a+b=26,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\b=6,\end{cases}$ 所以标注问号的圆圈中的数是 $2\times58+6=122$. 故选 A.

3. D 【解析】方程组 $\begin{cases}x+y=2,①\\ax+2y=6,②\end{cases}$ ②-①×2，得 $(a-2)x=2$，所以 $x=\frac{2}{a-2}$. 因为整数 a 使关于 x,y 的方程组 $\begin{cases}x+y=2,\\ax+2y=6\end{cases}$ 的解为整数，所以 $a-2=\pm1,\pm2$，即 $a=0$ 或 1 或 3 或 4. 方程 $am+5=8+3m$，整理得 $(a-3)m=3$. 因为方程 $am+5=8+3m$ 是关于 m 的一元一次方程，所以 $a-3\neq0$，所以 $a\neq3$，所以满足条件的所有 a 的值的和为 $0+1+4=5$. 故选 D.

4. D 【解析】①当 $a=0$ 时，原方程可化为 $\begin{cases}x+3y=1,\\2x-y=9,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=4,\\y=-1,\end{cases}$ 此时 $x+y=4+(-1)=3$，故①正确. ②当 $x=y$ 时，原方程组可化为 $\begin{cases}x+3x=1-4a,\\2x-x=a+9,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}4x=1-4a,\\x=a+9,\end{cases}$ 解得 $a=-\frac{35}{8}$，故②正确. ③方程 $2x-y=a+9$ 两边同乘 3 得 $6x-3y=3a+27$，与 $x+3y=1-4a$ 相加得 $7x=28-a$，解得 $x=4-\frac{1}{7}a$，把 $x=4-\frac{1}{7}a$ 代入 $2x-y=a+9$ 可得 $2\left(4-\frac{1}{7}a\right)-y=a+9$，解得 $y=-\frac{9a}{7}-1$，则 $9x+y=9\left(4-\frac{1}{7}a\right)+\left(-\frac{9a}{7}-1\right)=35-\frac{18}{7}a$，即 $9x+y$ 的值随 a 的变化而变化，故③错误. $9x-y=9\left(4-\frac{a}{7}\right)-\left(-\frac{9a}{7}-1\right)=36-\frac{9a}{7}+\frac{9a}{7}+1=37$，所以不存在 a 使得 $9x-y=0$ 成立，故④正确. 综上，正确的结论有①②④. 故选 D.

5. 7 【解析】因为甲同学由 $\begin{cases}ax+by=2,\\cx-y=-4\end{cases}$ 正确地解出 $\begin{cases}x=3,\\y=-2,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}x=3,\\y=-2\end{cases}$ 是方程 $cx-y=-4$ 的解，所以 $3c-(-2)=-4$，解得 $c=-2$. 因为甲同学由 $\begin{cases}ax+by=2,\\cx-y=-4\end{cases}$ 正确地解出 $\begin{cases}x=3,\\y=-2,\end{cases}$ 乙同学因把 c 写错了解得 $\begin{cases}x=-2,\\y=2,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}3a-2b=2,①\\-2a+2b=2,②\end{cases}$ ①+②，可得 $a=4$，把 $a=4$ 代入①，可得 $3\times4-2b=2$，解得 $b=5$，所以原方程组的解是 $\begin{cases}a=4,\\b=5,\end{cases}$ 所以 $a+b+c=4+5-2=7$.

6. 1 【解析】联立得 $\begin{cases}x-y=1,\\x+y=7,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=4,\\y=3.\end{cases}$ 代入另外两个方程得 $\begin{cases}3b+4a=5,①\\4b+3a=2,②\end{cases}$ ①+②，得 $7a+7b=7$，所以 $a+b=1$.

7. $-\frac{7}{5}$ 【解析】①×a+②×b 得 $a(2x-3y)+b(3x-2y)=a+5b$，整理得 $(2a+3b)x+(-3a-2b)y=a+5b$. 因为①×a+②×b 可求出 $x+11y$ 的值，所以 $\begin{cases}2a+3b=1,③\\-3a-2b=11,④\end{cases}$ ③×2 得，$4a+6b=$

2,⑤ ④×3 得,$-9a-6b=33$,⑥ ⑤+⑥得,$-5a=35$,解得 $a=-7$. 将 $a=-7$ 代入③得,$2\times(-7)+3b=1$,解得 $b=5$,所以$\begin{cases}a=-7,\\b=5,\end{cases}$故 $a:b$ 的值为$-\frac{7}{5}$. 故答案为$-\frac{7}{5}$.

8. $\underline{\begin{cases}x=0,\\y=2\end{cases}}$ 【解析】已知关于 x,y 的二元一次方程 $(a+1)x+(a-2)y+4-2a=0$,则 $ax+x+ay-2y+4-2a=0$,整理得 $a(x+y-2)+(x-2y+4)=0$. 因为 a 每取一个值,就有一个方程,而这些方程有一个公共解,所以$\begin{cases}x+y-2=0,\\x-2y+4=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=0,\\y=2,\end{cases}$即这个公共解为$\begin{cases}x=0,\\y=2.\end{cases}$故答案为$\begin{cases}x=0,\\y=2.\end{cases}$

刷素养

9.【解】(1)由题意可得 $1-a=-2$,$b+3=4$,解得 $a=3$,$b=1$,故答案为 3,1.

(2)将 $x=-1$,$y=2$ 和 $x=1$,$y=1$ 分别代入 $x+ky=b$,得$\begin{cases}-1+2k=b,\\1+k=b,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=3,\\k=2,\end{cases}$所以二元一次方程为 $x+2y=3$,所以它的共轭二元一次方程为 $2x+y=3$,故答案为 $2x+y=3$.

(3)解方程组$\begin{cases}x+2y=6,\\2x+y=6,\end{cases}$得$\begin{cases}x=2,\\y=2.\end{cases}$解方程组$\begin{cases}2x-y=4,\\-x+2y=4,\end{cases}$得$\begin{cases}x=4,\\y=4.\end{cases}$故答案为$\begin{cases}x=2,\\y=2;\end{cases}\begin{cases}x=4,\\y=4.\end{cases}$

(4)$m=n$. 理由如下:由$\begin{cases}x+ky=b,\\kx+y=b\end{cases}$得 $x+ky=kx+y$,整理得 $(1-k)x=(1-k)y$. 因为 $k\neq1$,所以 $x=y$. 因为$\begin{cases}x+ky=b,\\kx+y=b\end{cases}$的解为$\begin{cases}x=m,\\y=n,\end{cases}$所以 $m=n$.

微专题

1.【解】(1)①设$\frac{a}{4}-1=x$,$\frac{b}{3}+2=y$,所以原方程组可以化为$\begin{cases}x+2y=4,①\\2x+y=5,②\end{cases}$ ②−①×2,得 $-3y=-3$,解得 $y=1$. 把 $y=1$ 代入①,得 $x+2=4$,解得 $x=2$,所以方程组的解为$\begin{cases}x=2,\\y=1,\end{cases}$即$\begin{cases}\frac{a}{4}-1=2,\\\frac{b}{3}+2=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=12,\\b=-3,\end{cases}$所以原方程组的解为$\begin{cases}a=12,\\b=-3.\end{cases}$

刷有所得

在解题的过程中,我们常把某个比较复杂的代数式看成一个整体,将它用一个字母来代替,从而使问题得到简化,这种方法叫换元法.

②设$\begin{cases}5(m-3)=x,\\3(n+2)=y,\end{cases}$则关于 m,n 的方程组$\begin{cases}5a_1(m-3)+3b_1(n+2)=c_1,\\5a_2(m-3)+3b_2(n+2)=c_2\end{cases}$可化为$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1,\\a_2x+b_2y=c_2.\end{cases}$因为关于 x,y 的方程组$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1,\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$的解为$\begin{cases}x=10,\\y=6,\end{cases}$所以$\begin{cases}5(m-3)=10,\\3(n+2)=6,\end{cases}$解得$\begin{cases}m=5,\\n=0.\end{cases}$

(2)将方程①变形为$\frac{3}{2}(2x+z+8y)-\frac{7}{2}z=47$,③ 将方程②代入③,得$\frac{3}{2}\times36-\frac{7}{2}z=47$,解得 $z=2$.

关键点拨

(2)两式相加后得到 $x+y=1$ 是解题的关键.

2.【解】(1)$\begin{cases}2\ 025x+2\ 024y=1,①\\2\ 023x+2\ 022y=1,②\end{cases}$

①−②,得 $2x+2y=0$,即 $x+y=0$. ③

③×2 022,得 $2\ 022x+2\ 022y=0$. ④ ②−④,得 $x=1$,把 $x=1$ 代入③,得 $y=-1$,所以原方程组的解为$\begin{cases}x=1,\\y=-1.\end{cases}$

(2)$\begin{cases}2\ 025x+2\ 024y=2\ 026,①\\2\ 024x+2\ 025y=2\ 023,②\end{cases}$ ①+②,得 $4\ 049x+4\ 049y=4\ 049$,即 $x+y=1$. ③

③×2 024,得 $2\ 024x+2\ 024y=2\ 024$. ④

②−④,得 $y=-1$,将 $y=-1$ 代入③,得 $x=2$,所以原方程组的解为$\begin{cases}x=2,\\y=-1.\end{cases}$

重难专题 1 二元一次方程组的含参问题

刷难关

1. $\underline{A}$ 【解析】$\begin{cases}2x+y=3k+2,①\\4x-3y=-k+5,②\end{cases}$ ②−①,得 $2x-4y=-4k+3$,所以 $x-2y=\frac{-4k+3}{2}$. 因为 $x-2y=1$,所以$\frac{-4k+3}{2}=1$,解得 $k=\frac{1}{4}$. 故选 A.

2. $\underline{3}$ 【解析】由题意得$\begin{cases}a-b=6,①\\a+b=0,②\end{cases}$ ①+②,得 $2a=6$,解得 $a=3$,把 $a=3$ 代入①中,得 $3-b=6$,解得 $b=-3$. 把 $a=3$,$b=-3$ 代入方程 $2a+b=m$ 中,得 $2\times3+(-3)=m$,解得 $m=3$. 故答案为 3.

3. A 【解析】方程组$\begin{cases}2x-y=b,①\\x-y=a,②\end{cases}$ ①+②得 $3x-2y=a+b$. 因为 $3x-2y=b+1$,所以 $a+b=b+1$,解得 $a=1$,所以 $x-y=1$,即 $x=1+y$. 因为 $3y-5x=a-8$,所以 $3y-5(1+y)=-7$,解得 $y=1$,所以 $x=1+1=2$. 因为 $2x-y=b$,所以 $b=4-1=3$,所以点(a,b)即点$(1,3)$在第一象限. 故选 A.

4.【解】(1)根据题意得$\begin{cases}2x+3y=7,①\\5x-2y=8,②\end{cases}$ ①×2+②×3,得 $19x=38$,所以 $x=2$,把 $x=2$ 代入①,得 $4+3y=7$,所以 $y=1$. 把$\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$代入$\begin{cases}mx+ny=5,\\\frac{nx}{3}+my=3,\end{cases}$得$\begin{cases}2m+n=5,\\m+\frac{2}{3}n=3,\end{cases}$解得$\begin{cases}m=1,\\n=3.\end{cases}$

(2)$3m-2mn+m^2-1=3-2\times1\times3+1-1=3-6+1-1=-3$.

思路分析

(1)把方程组中的两个不含 m,n 的方程联立求解,再代入另外两个方程,从而求出 m,n 的值.

5. 3 -2 【解析】把$\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$代入 $3x+by=5$,得 $3\times3+2b=5$,解得 $b=-2$. 把$\begin{cases}x=1,\\y=-1\end{cases}$代入 $3x+by=5$,得 $3\times1-b=5$,解得 $b=-2$,所以乙将 $ax+by=1$ 中的 b 写成了 $-b$,即 $ax+2y=1$,把$\begin{cases}x=1,\\y=-1\end{cases}$代入 $ax+2y=1$,得 $a-2=1$,解得 $a=3$. 故答案为 3,-2.

6.【解】(1)把$\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$代入方程组$\begin{cases}ax+by=6,\\cx-4y=-2\end{cases}$得$\begin{cases}2a+b=6,\\2c-4=-2,\end{cases}$解得 $c=1$.

(2)$\begin{cases}ax+by=6,①\\cx-4y=-2.②\end{cases}$ 把$\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}$代入①,得 $a+2b=6$,即 $a=6-2b$,③ 把③代入 $2a+b=6$,得 $12-4b+b=6$,解得 $b=2$,把 $b=2$ 代入③,得 $a=2$,则 a,b 的值分别为 2,2.

7. 1 或 2 【解析】两个方程相加得$(1+a)y=6$. 因为方程组有正整数解,所以 x,y 均为正整数. 因为 a 为正整数,所以当 $a=5$ 时,$y=1$,则 $x=0$,与 x 为正整数矛盾,舍去;当 $a=2$ 时,$y=2$,则 $x=1$;当 $a=1$ 时,$y=3$,则 $x=2$,所以 $a=1$ 或 2.

8. 6 【解析】$\begin{cases}mx-2y=9,①\\3x-2y=5,②\end{cases}$ ①−②,得$(m-3)x=4$,所以 $x=\frac{4}{m-3}$. 因为 x,y 为整数,所以 $m-3=\pm1$ 或±2 或±4. 当 $m-3=1$ 时,$m=4$,$x=4$,把 $x=4$ 代入②,得 $3\times4-2y=5$,解得 $y=\frac{7}{2}$,舍去;当 $m-3=-1$ 时,$m=2$,$x=-4$,把 $x=-4$ 代入②,得 $3\times(-4)-2y=5$,解得 $y=-\frac{17}{2}$,舍去;当 $m-3=2$ 时,$m=5$,$x=2$,把 $x=2$ 代入②,得 $3\times2-2y=5$,解得 $y=\frac{1}{2}$,舍去;当 $m-3=-2$ 时,$m=1$,$x=-2$,把 $x=-2$ 代入②,得 $3\times(-2)-2y=5$,解得 $y=-\frac{11}{2}$,舍去;当 $m-3=4$ 时,$m=7$,$x=1$,把 $x=1$ 代入②,得 $3\times1-2y=5$,解得 $y=-1$;当 $m-3=-4$ 时,$m=-1$,$x=-1$,把 $x=-1$ 代入②,得 $3\times(-1)-2y=5$,解得 $y=-4$. 综上所述,当 $m=7$ 或-1 时,方程组$\begin{cases}mx-2y=9,\\3x-2y=5\end{cases}$的解是整数,所以满足条件的所有整数 m 的值的和为 $7+(-1)=6$. 故答案为 6.

3 二元一次方程组的应用

课时 1 古算术问题

刷提升

1. C 【解析】设肉价为每两 x 文,他所带钱数为 y 文. 由题意得$\begin{cases}16x=y+25,\\8x=y-15,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=5,\\y=55,\end{cases}$所以哑巴所带的钱共能买 $55\div5=11$(两)肉. 故选 C.

2. C 【解析】已知甲有 x 只羊,乙有 y 只羊,根据题意,得$\begin{cases}x+9=2(y-9),\\x-9=y+9,\end{cases}$即 $x+9=2(x-18-9)$,故 A、B 选项错误,C 选项正确;解方程组得$\begin{cases}x=63,\\y=45,\end{cases}$即甲有 63 只羊,乙有 45 只羊,故 D 选项错误. 故选 C.

3. 5 【解析】设 1 个大桶可以盛酒 x 斛,1 个小桶可以盛酒 y 斛,则$\begin{cases}5x+y=3,①\\x+5y=2,②\end{cases}$ 由①+②可得 $6x+6y=5$,则 6 个大桶加上 6 个小桶可以盛酒 5 斛. 故答案为 5.

关键点拨

解题的关键是根据每一横行、每一竖列以及两条对角线上的 3 个数之和相等正确列出方程.

4. 20 【解析】因为每一横行、每一竖列以及两

条对角线上的3个数之和相等，所以题图(2)中左下角的数为 $6+20-22=4$，则最中间的数为 $x+6-4=x+2$ 或 $x+6+20-22-y=x-y+4$，右下角的数为 $6+20-(x+2)=24-x$ 或 $x+6-y$，所以 $\begin{cases}x+2=x-y+4,\\24-x=x-y+6,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=10,\\y=2,\end{cases}$ 所以 x 与 y 的积为 $10\times2=20$. 故答案为20.

5.【解】设每亩山田产粮相当于实田 x 亩，每亩场地产粮相当于实田 y 亩. 根据题意得 $\begin{cases}3x+6y=4.7,\\5x+3y=5.5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\dfrac{9}{10},\\y=\dfrac{1}{3}.\end{cases}$

答：每亩山田产粮相当于实田 $\dfrac{9}{10}$ 亩，每亩场地产粮相当于实田 $\dfrac{1}{3}$ 亩.

6.【解】设甜果买了 x 个，苦果买了 y 个. 依题意得 $\begin{cases}x+y=1\ 000,\\\dfrac{11}{9}x+\dfrac{4}{7}y=999,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=657,\\y=343,\end{cases}$ 所以 $\dfrac{11}{9}x=803$，$\dfrac{4}{7}y=196$.

答：甜果买了657个，需要803文钱，苦果买了343个，需要196文钱.

课时2　增收节支

刷提升

1.【解】(1)由表格可得，2024年进出口总额为 $(1.25x+1.3y)$ 亿元. 故答案为 $1.25x+1.3y$.

(2)由题意可得 $\begin{cases}x+y=520,\\1.25x+1.3y=520+140,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=320,\\y=200,\end{cases}$ 所以 $1.25x=400$，$1.3y=260$.

答：2024年进口额是400亿元，出口额是260亿元.

关键点拨 (2)根据表格列出方程组是解题的关键.

2.【解】(1)由题意可得 $1.2x\times120=144x$；$1.2y\times110=132y$；$1.5x\times10=15x$；$1.5y\times20=30y$. 故从左到右、从上到下依次填入 $144x$，$132y$，$15x$，$30y$.

(2)由题意可得 $\begin{cases}144x+132y=124\ 800,\\15x+30y=19\ 500,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=500,\\y=400,\end{cases}$ 故 $400\times8\ 000-500\times1\ 000-124\ 800-19\ 500=2\ 555\ 700$(元).

答：这批产品的销售款比原料费与运输费的和多2 555 700元.

思路分析 (1)根据等量关系式：第一次购进10台A型台灯的费用+第一次购进20台B型台灯的费用=3 000元，第二次购进15台A型台灯的费用+第二次购进10台B型台灯的费用=4 500元，列出方程组，再求解即可.

3.【解】(1)设第一次购进A型台灯每台进价为 x 元，B型台灯每台进价为 y 元.

由题意得 $\begin{cases}10x+20y=3\ 000,\\15(1+30\%)x+10(1+20\%)y=4\ 500,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=200,\\y=50.\end{cases}$

答：第一次购进A型台灯每台进价为200元，B型台灯每台进价为50元.

(2)①设A型台灯每台售价为 m 元，B型台灯每台售价为 n 元. 由题意得

$\begin{cases}10(m-200)+20(n-50)=2\ 800,\\15[m-200(1+30\%)]+10[n-50(1+20\%)]=1\ 800,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}m=340,\\n=120.\end{cases}$

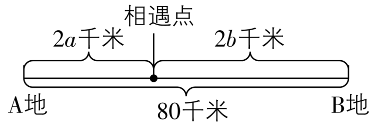
答：A型台灯每台售价为340元，B型台灯每台售价为120元.

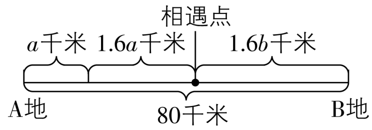
②第二次购进的A型台灯每台的价格为 $200(1+30\%)=260$(元)，B型台灯每台的价格为 $50(1+20\%)=60$(元). 设购进A型台灯 a 台，B型台灯 b 台. 由题意得 $(340-260)a+(120-60)b=1\ 000$，整理得 $4a+3b=50$. 因为 a,b 为自然数，所以 $\begin{cases}a=2,\\b=14\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=5,\\b=10\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=8,\\b=6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=11,\\b=2,\end{cases}$ 所以有4种购进方案：①购进A型台灯2台，B型台灯14台；②购进A型台灯5台，B型台灯10台；③购进A型台灯8台，B型台灯6台；④购进A型台灯11台，B型台灯2台.

课时3　行程问题

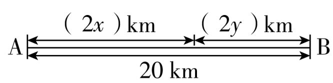
刷基础

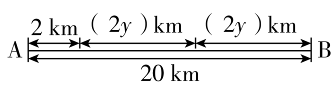
1. 16千米/时，24千米/时　【解析】设甲的平均速度为 a 千米/时，乙的平均速度为 b 千米/时，依题意画出线段图如图. 由线段图得 $\begin{cases}2a+2b=80,\\a+1.6a+1.6b=80,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=16,\\b=24,\end{cases}$ 即甲的平均速度为16千米/时，乙的平均速度为24千米/时. 故答案为16千米/时，24千米/时.





2.【解】因为甲、乙两人同时从 A,B 两地出发相对而行,2 h 后相遇,且甲的速度为 x km/h,乙的速度为 y km/h,所以相遇时甲的路程为 $2x$ km,乙的路程为 $2y$ km. 因为相遇后甲就返回 A 地,乙仍向 A 地前进,甲回到 A 地时,乙离 A 地还有 2 km,所以甲回到 A 地后,乙又行了 $2y$ km. 将各代数式填入括号内,如图所示.

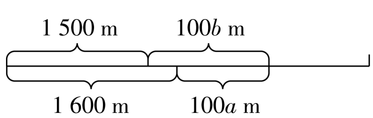


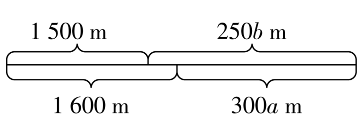


根据题意得$\begin{cases}2x+2y=20,\\2+2y+2y=20,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=5.5,\\y=4.5.\end{cases}$

答:甲的速度为 5.5 km/h,乙的速度为 4.5 km/h.

3. 2 500 【解析】依题意画出线段图如图.



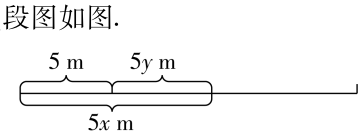


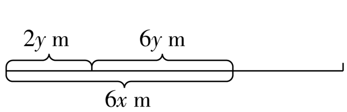
由线段图得$\begin{cases}100b-100a=1\ 600-1\ 500,①\\250b-(1\ 600-1\ 500)=300a,②\end{cases}$

由①得,$b=a+1$,③ 由②得,$5b-2=6a$,④

将③代入④得,$5a+5-2=6a$,解得 $a=3$,故这次越野赛跑的全程为 $1\ 600+300\times3=1\ 600+900=2\ 500$(m). 故答案为 2 500.

4.【解】设甲的速度为 x m/s,乙的速度为 y m/s,画出线段图如图.





由题意得$\begin{cases}5(x-y)=5,\\6x-(6+2)y=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=4,\\y=3.\end{cases}$

答:甲的速度为 4 m/s,乙的速度为 3 m/s.

关键点拨 顺风速度=无风速度+风速,逆风速度=无风速度-风速.

5. B 【解析】设孙悟空的速度为 x 里/分,风速为 y 里/分. 依题意,得$\begin{cases}5(x+y)=1\ 000,\\5(x-y)=600,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=160,\\y=40.\end{cases}$所以风速为 40 里/分. 故选 B.

6.【解】(1)设小船在静水中的速度为 a,水流速度为 b,A、B 港口的距离为 s.

根据题意得$\begin{cases}s=6(a+b),\\s=8(a-b),\end{cases}$解得$\begin{cases}a=\dfrac{7}{48}s,\\b=\dfrac{1}{48}s,\end{cases}$

所以小船按水流速度从 A 港口漂流到 B 港口的时间为$\dfrac{s}{b}=\dfrac{s}{\frac{s}{48}}=48$(h).

答:小船按水流速度从 A 港口漂流到 B 港口需要 48 h.

(2)设 A、B 港口的距离为 s,救生圈在出发 t h 后掉入水中,则救生圈从掉入水中到被找到共在水中漂流了$(6-t+1)$h.

根据题意得$\dfrac{1}{6}st+(6-t+1)\dfrac{1}{48}s+\dfrac{1}{8}s=s$,解得 $t=5$,

而 $6+5=11$,即救生圈在上午 11 时掉入水中.

答:救生圈在上午 11 时掉入水中.

思路分析 设火车长 x 米,行驶的速度为每秒 y 米,根据路程=速度×时间,结合题意列出二元一次方程组,解之即可得出火车长度及火车的速度.

7. ①②④ 【解析】设火车长 x 米,行驶的速度为每秒 y 米. 根据题意,得$\begin{cases}26y=256+x,\\16y=96+x,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=160,\\y=16,\end{cases}$所以火车长 160 米,行驶的速度为每秒 16 米,故①②正确;若保持原速度不变,则这列火车通过长 160 米的隧道丙需用时$\dfrac{160+160}{16}=20$(秒),故③错误;若速度变为原速度的两倍,则这列火车通过隧道甲的时间为$\dfrac{256+160}{32}=13$(秒),是原来的一半,故④正确. 故答案为①②④.

刷提升

1. A 【解析】设小明骑自行车的速度为 x 千米/

分，小伟步行的速度为 y 千米/分，则 $\begin{cases}24x-24y=4.8,\\24x+24y=30x,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\dfrac{4}{15},\\y=\dfrac{1}{15},\end{cases}$ 所以 $30x=30\times\dfrac{4}{15}=8$，即 A、B 两地间的路程为 8 千米，故选 A.

2. D 【解析】设甲、乙两人的速度分别为 x km/h，y km/h. 分两种情况：若同时出发 2.5 h 后，两人相遇前相距 5 km，依题意得 $\begin{cases}x+2x+2y=40,\\x+y=\dfrac{40-5}{2.5},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=12,\\y=2;\end{cases}$ 若同时出发2.5 h 后，两人相遇后相距 5 km，依题意得 $\begin{cases}x+2x+2y=40,\\x+y=\dfrac{40+5}{2.5},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=4,\\y=14.\end{cases}$ 当甲的速度为 12 km/h 时，从 A 地到 B 地需要 $40\div12=\dfrac{10}{3}$(h)；当甲的速度为 4 km/h 时，从 A 地到 B 地需要 $40\div4=10$(h). 故选 D.

易错警示

同时出发 2.5 h 后，两人相距 5 km 需要分两种情况讨论：一种是两人相遇前相距 5 km，另一种是两人相遇后相距 5 km，注意不要漏解.

3. 700 【解析】设从小华家到学校的平路长为 x 米，下坡路长为 y 米. 根据题意得 $\begin{cases}\dfrac{x}{60}+\dfrac{y}{80}=10,\\\dfrac{x}{60}+\dfrac{y}{40}=15,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=300,\\y=400,\end{cases}$ 所以 $x+y=300+400=700$，即小华家离学校 700 米. 故答案为 700.

4. 450 【解析】设甲车的速度为 a 千米/时，乙车的速度为 b 千米/时. 由题意，得 $\begin{cases}5(a-b)=150,\\a+b=150,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=90,\\b=60.\end{cases}$ 所以 A、B 两地之间的距离为 $5\times90=450$(千米). 故答案为 450.

5. 【解】(1) 设小明的速度为 x m/s，爸爸的速度为 y m/s.

依题意得 $\begin{cases}36(x+y)=400,\\180(y-x)=400,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\dfrac{40}{9},\\y=\dfrac{20}{3}.\end{cases}$

答：小明的速度为 $\dfrac{40}{9}$ m/s，爸爸的速度为 $\dfrac{20}{3}$ m/s.

思路分析

(1) 设小明的速度为 x m/s，爸爸的速度为 y m/s，根据"若两人同时同起点相向而跑，则经过 36 s 后首次相遇；若两人同时同起点同向而跑，则经过 180 s 后，爸爸首次从后面追上小明"，列出二元一次方程组，解方程组即可.

(2) 小明能在 400 m 终点前追上爸爸.

爸爸跑到半圈所用时间为 $\dfrac{200}{6}=\dfrac{100}{3}$(s)，

此时小明所跑路程为 $\dfrac{100}{3}\times5=\dfrac{500}{3}$(m)，

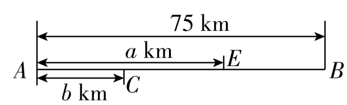
所以此时爸爸和小明的距离为 $200-\dfrac{500}{3}=\dfrac{100}{3}$(m)，

所以小明接下来追上爸爸所需时间为 $\dfrac{100}{3}\div(5-4)=\dfrac{100}{3}$(s)，

追上时，爸爸共跑了 $200+\dfrac{100}{3}\times4=\dfrac{1\,000}{3}$(m) $<$ 400 m，

所以小明能在 400 m 终点前追上爸爸，追上时距离终点还有 $400-\dfrac{1\,000}{3}=\dfrac{200}{3}$(m).

6. 【解】设甲班学生从学校(A 处)乘汽车至 E 处下车步行，甲班学生乘车行了 a km，空车返回至 C 处，乙班学生于 C 处上车，此时乙班学生已步行了 b km.



则 $\begin{cases}\dfrac{a}{20}+\dfrac{a-b}{40}=\dfrac{b}{5},\\\dfrac{a-b}{40}+\dfrac{75-b}{20}=\dfrac{75-a}{4},\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=60,\\b=20.\end{cases}$

$\dfrac{60}{20}+\dfrac{75-60}{4}=6.75$(h).

答：他们至少需要 6.75 h 才能到达.

4 二元一次方程与一次函数

课时 1 二元一次方程(组)与一次函数的关系

刷基础

1. B 【解析】当 $x=0$ 时，$0+y=-5$，解得 $y=-5$，所以以二元一次方程 $2x+y=-5$ 的解为坐标的点组成的图象与 y 轴交于点 $(0,-5)$；当 $y=0$

时，$2x=-5$，解得 $x=-\frac{5}{2}$，所以以二元一次方程 $2x+y=-5$ 的解为坐标的点组成的图象与 x 轴交于点$\left(-\frac{5}{2},0\right)$. 观察可知，只有选项 B 符合题意. 故选 B.

2. B 【解析】因为 $8x-4y=5$，所以 $y=2x-\frac{5}{4}$. 因为 $2>0$，$-\frac{5}{4}<0$，所以该直线经过第一、三、四象限，即不经过第二象限. 故选 B.

3. B 【解析】因为以二元一次方程 $x+2y-b=0$ 的解为坐标的点(x,y)都在直线 $y=-\frac{1}{2}x+b-1$ 上，方程可变形为 $x+2y=b$，直线表达式可变形为 $x+2y-2b+2=0$，所以 $b-2b+2=0$，解得 $b=2$. 故选 B.

4. $\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$ 【解析】因为点$(2,3)$在一次函数 $y=2x-1$ 的图象上，所以$\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$为方程 $y=2x-1$ 的一个解，即方程 $2x-y=1$ 的一个解为$\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$故答案为$\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$

5. A 【解析】因为方程组$\begin{cases}-3x+y+3=0,\\3x+2y-6=0\end{cases}$的解是$\begin{cases}x=\frac{4}{3},\\y=1,\end{cases}$所以函数 $y=3x-3$ 与 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 的图象的交点坐标是$\left(\frac{4}{3},1\right)$.

6. B 【解析】因为直线 $y=x+3$ 经过点 $P(1,m)$，所以 $m=1+3=4$，所以 $P(1,4)$，所以关于 x,y 的方程组$\begin{cases}y=x+3,\\y=kx+b\end{cases}$的解是$\begin{cases}x=1,\\y=4.\end{cases}$

7. D 【解析】联立方程组$\begin{cases}y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2},\\3x+4y=-1,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=1,\\y=-1,\end{cases}$所以点 P 的坐标为$(1,-1)$，所以点 P 位于第四象限. 故选 D.

8. 一 【解析】因为方程组$\begin{cases}y=kx+3,\\y=(3k+1)x+2\end{cases}$无解，所以 $k=3k+1$，解得 $k=-\frac{1}{2}$，所以一次函数 $y=kx-2$ 为 $y=-\frac{1}{2}x-2$，图象经过第二、三、四象限，不经过第一象限. 故答案为一.

9. 【解】(1)把 $P(-1,m)$ 代入 $y=2x+6$ 中，得 $m=2\times(-1)+6=4$. 即 m 的值为 4.

(2)由(1)知方程组$\begin{cases}y=2x+6,\\y=kx\end{cases}$的解是$\begin{cases}x=-1,\\y=4.\end{cases}$

故答案为$\begin{cases}x=-1,\\y=4.\end{cases}$

(3)$y=2x-2$. 因为直线 $y=ax+n$ 与直线 $y=2x+6$ 平行，所以 $a=2$. 又因为 $y=2x+n$ 经过点$(0,-2)$，所以 $n=-2$，所以直线 $y=ax+n$ 的表达式为 $y=2x-2$.

归纳总结

一次函数与二元一次方程(组)：方程组的解就是使方程组中两个方程同时成立的一组未知数的值，而这一组未知数的值也同时满足两个相应的一次函数的表达式，因此方程组的解就是两个相应的一次函数图象的交点的横、纵坐标.

刷有所得

把一次函数表达式看成二元一次方程，则一次函数图象上点的横、纵坐标都是这个二元一次方程的解.

关键点拨

若二元一次方程组无解，则对应的两直线平行，没有公共点.

刷提升

1. C 【解析】设过点$(1,1)$和$(0,-1)$的直线表达式为 $y=kx+b$，则$\begin{cases}1=k+b,\\b=-1,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=2,\\b=-1,\end{cases}$所以直线表达式为 $y=2x-1$. 设过点$(1,1)$和$(0,2)$的直线表达式为 $y=mx+n$，则$\begin{cases}m+n=1,\\n=2,\end{cases}$解得$\begin{cases}m=-1,\\n=2,\end{cases}$所以直线表达式为 $y=-x+2$，所以小明所解的二元一次方程组为$\begin{cases}x+y=2,\\2x-y=1.\end{cases}$故选 C.

2. B 【解析】由题意可知，方程组$\begin{cases}ax+by=c,\\mx-ny=t\end{cases}$的解为$\begin{cases}x=-2,\\y=3.\end{cases}$将方程组$\begin{cases}ax-4by=4c,\\mx+4ny=4t\end{cases}$变形为$\begin{cases}a\cdot\frac{x}{4}+b\cdot(-y)=c,\\m\cdot\frac{x}{4}-n\cdot(-y)=t,\end{cases}$所以$\begin{cases}\frac{1}{4}x=-2,\\-y=3,\end{cases}$所以$\begin{cases}x=-8,\\y=-3.\end{cases}$故选 B.

3. C 【解析】由$\begin{cases}y=kx,\\y=x+8\end{cases}$得 $x=\frac{8}{k-1}$. 因为 x 为整数，所以 $k-1=\pm8$ 或 ±4 或 ±2 或 ±1，所以 k 的值可以为 $9,-7,5,-3,3,-1,2,0$. 又因为 $k\neq0$，所以满足条件的 k 值有 7 个，即满足条件的正比例函数有 7 个，故选 C.

4. 5 【解析】由题意知，方程组包含的两个方程是同一个方程，所以 $k=3k-1$，$b=2$，解得 $k=\frac{1}{2}$，$b=2$，所以 $2k+b^2=5$. 故答案为 5.

5.【解】(1)把点 $P(1,b)$ 代入 $y=2x+1$,得 $b=2+1=3$,所以 $P(1,3)$. 把点 $P(1,3)$ 代入 $y=mx+4$,得 $m+4=3$,所以 $m=-1$. 因为直线 $l_1:y=2x+1$ 与直线 $l_2:y=mx+4$ 相交于点 $P(1,3)$,所以方程组 $\begin{cases}2x-y=-1,\\mx-y=-4\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=1,\\y=3.\end{cases}$

(2)因为 $l_1:y=2x+1$, $l_2:y=-x+4$,所以 $A\left(-\frac{1}{2},0\right)$, $B(4,0)$,所以 $AB=4-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{9}{2}$,所以 $S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}AB\cdot y_P=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times3=\frac{27}{4}$.

(3)a 的值为 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{1}{3}$. 直线 $x=a$ 与直线 l_1 的交点 C 为 $(a,2a+1)$,与直线 l_2 的交点 D 为 $(a,-a+4)$. 因为 $CD=2$,所以 $|2a+1-(-a+4)|=2$,即 $|3a-3|=2$,所以 $3a-3=2$ 或 $3a-3=-2$,所以 a 的值为 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{1}{3}$.

关键点拨

(3)根据图象可得,线段 CD 长为 2 的情况有两种,注意不要漏解.

刷素养

6.【解】(1)将 $A(1,1)$, $B(-3,4)$, $C\left(\frac{1}{2},2\right)$ 分别代入 $2x-y=-1$ 中,可得只有点 $C\left(\frac{1}{2},2\right)$ 在 $2x-y=-1$ 的图象上. 故答案为 C.

(2)由题意得 $\begin{cases}2x+3y=9,\\3x-4y=5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3,\\y=1,\end{cases}$ 所以函数 $2x+3y=9$ 和函数 $3x-4y=5$ 图象的交点坐标为 $(3,1)$.

(3)解方程组 $\begin{cases}5x+3y=20+7m,\\3x+4y=19-14m,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\frac{23+70m}{11},\\y=\frac{35-91m}{11}.\end{cases}$

因为 $x+y=5$,所以 $\frac{23+70m}{11}+\frac{35-91m}{11}=5$,解得 $m=\frac{1}{7}$,当 $t>\frac{1}{7}$ 时, $\sqrt{(-t-2)^2}-|1-7t|=t+2+1-7t=-6t+3$.

思路分析

根据图象得到点的坐标,利用待定系数法即可求出两函数的表达式,将求出的两函数的表达式联立,解方程组求出两函数图象的交点坐标,即可解决问题.

课时 2 用二元一次方程组确定一次函数表达式

刷基础

1. C 【解析】设一次函数的表达式为 $y=kx+b$,把 $(-2,1)$ 与 $(1,3)$ 代入,得 $\begin{cases}-2k+b=1,\\k+b=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=\frac{2}{3},\\b=\frac{7}{3},\end{cases}$ 所以 $y=\frac{2}{3}x+\frac{7}{3}$. 令 $x=0$,则 $y=\frac{7}{3}$,所以该函数的图象与 y 轴交点的坐标为 $\left(0,\frac{7}{3}\right)$. 故选 C.

2. $\pm\frac{5}{2}$ 【解析】当 $k>0$ 时,则有 $x=-2$, $y=-11$; $x=6$, $y=9$,所以 $\begin{cases}-11=-2k+b,\\9=6k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=\frac{5}{2},\\b=-6,\end{cases}$ 所以 $k=\frac{5}{2}$;当 $k<0$ 时,则有 $x=-2$, $y=9$; $x=6$, $y=-11$,所以 $\begin{cases}9=-2k+b,\\-11=6k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-\frac{5}{2},\\b=4,\end{cases}$ 所以 $k=-\frac{5}{2}$. 综上,k 的值是 $\pm\frac{5}{2}$,故答案为 $\pm\frac{5}{2}$.

3.【解】(1)将 $A(-3,5)$, $B(1,1)$ 代入 $y=kx+b$ 得 $\begin{cases}-3k+b=5,\\k+b=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=2,\end{cases}$ 所以一次函数的表达式为 $y=-x+2$.

(2)对于 $y=-x+2$,当 $x=0$ 时,$y=2$;当 $y=0$ 时,$x=2$,所以 $C(0,2)$, $D(2,0)$,所以 $OD=2$. 因为点 E 在 y 轴上,所以设 $E(0,m)$,则 $CE=|m-2|$. 因为 $S_{\triangle DCE}=4S_{\triangle BDO}$,所以 $\frac{CE\times OD}{2}=4\times\frac{OD\times1}{2}$,即 $\frac{2\times|m-2|}{2}=4\times\frac{2\times1}{2}$,解得 $m=6$ 或 -2,所以点 E 的坐标为 $(0,6)$ 或 $(0,-2)$.

4. A 【解析】设 $t=kx+b(k\neq0)$. 将 $(1,10)$, $(2,26)$ 代入 $t=kx+b(k\neq0)$,得 $\begin{cases}k+b=10,\\2k+b=26,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=16,\\b=-6,\end{cases}$ 所以 $t=16x-6$. 当 $x=2.6$ 时,$t=16\times2.6-6=35.6$. 故选 A.

5. B 【解析】设甲船路程 y 与时间 x 之间的函数表达式为 $y=kx$. 因为图象过点 $(8,160)$,所以 $160=8k$,所以 $k=20$,所以 $y=20x(0\leqslant x\leqslant8)$. 设乙船路程 y 与时间 x 之间的函数表达式为 $y=ax+b$. 因为图象过点 $(2,0)$, $(6,160)$,所以 $\begin{cases}0=2a+b,\\160=6a+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=40,\\b=-80,\end{cases}$ 所以 $y=40x-80$

$(2\leqslant x\leqslant 6)$. 根据题意,得$\begin{cases}y=20x,\\y=40x-80,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=4,\\y=80,\end{cases}$所以乙船出发 $4-2=2$(时)赶上甲船.

故选 B.

6.【解】(1)当 $0\leqslant x\leqslant 3$ 时,设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx$,把$(3,9)$代入得 $9=3k$,

所以 $k=3$.

所以当 $0\leqslant x\leqslant 3$ 时,y 与 x 之间的函数关系式为 $y=3x$.

当 $3<x\leqslant 11$ 时,设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=ax+b$,把$(3,9)$,$(11,1)$代入得$\begin{cases}3a+b=9,\\11a+b=1,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=-1,\\b=12.\end{cases}$

所以当 $3<x\leqslant 11$ 时,y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-x+12$.

综上,血液中药物浓度上升阶段 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=3x$,下降阶段 y 与 x 之间的函数关系式是 $y=-x+12$.

(2)当 $y=3x=3$ 时,$x=1$;

当 $y=-x+12=3$ 时,$x=9$,

$9-1=8$(时).

所以成人服药后,药物对人体产生抗菌作用的有效时长为 8 小时.

※5 三元一次方程组

刷基础

1. D 【解析】A 选项,第二个方程中未知数 x 的次数是 2,故 A 选项中的方程组不是三元一次方程组;B 选项,第一个方程中分母含有未知数,故 B 选项中的方程组不是三元一次方程组;C 选项,第二个方程中含未知数的项的次数是 3,故 C 选项中的方程组不是三元一次方程组;D 选项,方程组中含有三个未知数,且含未知数的项的次数都是 1,故 D 选项中的方程组是三元一次方程组. 故选 D.

2. D 【解析】因为方程的解是能使方程左右两边相等的未知数的值,所以把 A、B、C、D 选项中 x,y,z 的值分别代入方程 $x-y+z=3$ 检验可知,只有 D 符合题意.

刷有所得 本题的实质是考查三元一次方程组的解法,即掌握先把“三元”转化为“二元”,再把“二元”转化为“一元”的消元的思想方法,从而进一步理解把“未知”转化为“已知”,把复杂问题转化为简单问题这一思想方法.

3. A 【解析】解三元一次方程组$\begin{cases}x-y+z=-3,①\\x+2y-z=1,②\\x+y=0,③\end{cases}$要使解法较为简便,首先应进行的变形为①+②. 故选 A.

4.【解】(1)$\begin{cases}x+y=15,①\\y+z=5,②\\z+x=20,③\end{cases}$

①−②,得 $x-z=10$. ④

③+④,得 $2x=30$,解得 $x=15$.

把 $x=15$ 代入①,得 $15+y=15$,解得 $y=0$.

把 $x=15$ 代入③,得 $z+15=20$,解得 $z=5$.

故原方程组的解为$\begin{cases}x=15,\\y=0,\\z=5.\end{cases}$

(2)$\begin{cases}3x-y+z=4,①\\2x+3y-z=12,②\\x+y+z=6,③\end{cases}$

①+②,得 $5x+2y=16$. ④

②+③,得 $3x+4y=18$. ⑤

由④和⑤组成一个二元一次方程组$\begin{cases}5x+2y=16,\\3x+4y=18,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$

把$\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$代入①,

得 $6-3+z=4$,

解得 $z=1$,

所以原方程组的解是$\begin{cases}x=2,\\y=3,\\z=1.\end{cases}$

思路分析 设一班有 x 人,二班有 y 人,三班有 z 人,根据题意列三元一次方程组求解即可.

5. A 【解析】设一班有 x 人,二班有 y 人,三班有 z 人,则$\begin{cases}\frac{1}{2}(x+y)+z=102,\\\frac{1}{2}(y+z)+x=98,\\\frac{1}{2}(x+z)+y=100,\end{cases}$方程组可化为$\begin{cases}x+y+2z=204,①\\2x+y+z=196,②\\x+2y+z=200,③\end{cases}$ ①+②+③得 $4(x+y+z)=$

600,$\therefore x+y+z=150$,故选 A.

6.【解】设每头牛的价钱为 x,每只羊的价钱为 y,每头猪的价钱为 z,则 $\begin{cases}2x+5y-13z=1\ 000,\\3x+3z=9y,\\6y+8z=5x-600,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=1\ 200,\\y=500,\\z=300.\end{cases}$

答:每头牛的价钱为 1 200,每只羊的价钱为 500,每头猪的价钱为 300.

刷易错

7.【解】不正确. 正确的解题过程如下:①+②,得 $2a+2c=6$,即 $a+c=3$. ④ ③−①×2,得 $2a-c=0$. ⑤ 联立④⑤得方程组 $\begin{cases}a+c=3,\\2a-c=0.\end{cases}$ 解这个二元一次方程组,得 $\begin{cases}a=1,\\c=2.\end{cases}$ 把 $\begin{cases}a=1,\\c=2\end{cases}$ 代入①,得 $b=-2$,所以原方程组的解为 $\begin{cases}a=1,\\b=-2,\\c=2.\end{cases}$

▶**易错警示** 解三元一次方程组时,有的同学"消元"不明确造成混乱,而出现错解. 如本题马虎的解答,①+②消去 b,③−②消去 c,所以方程组中始终含有 3 个未知数,导致不能求解. 为此在解三元一次方程组时,"消元"要明确,消去同一个未知数,才能把三元一次方程组转化为二元一次方程组.

☆ 问题解决策略:逐步确定

刷提升

1. 3 956 9 450 【解析】因为 $\overline{3m56}$ 是"和谐数",所以 $30+m+56=10m+5$,解得 $m=9$,所以这个数为 3 956. 设这个"和谐数"为 $\overline{abcd}$,则 $10a+b+10c+d=10b+c$,所以 $b=c+\dfrac{10a+d}{9}$. 因为 a,b,c,d 均为正整数,所以 $10a+d$ 能被 9 整除. 因为 $10a+d=9a+a+d$,所以 $a+d$ 能被 9 整除. 因为 $a+b+c+d$ 能被 9 整除,所以 $b+c$ 也能被 9 整除. 又因为 a,b,c,d 互不相等且均不为 0,所以 $a+d=9$,$b+c=9$,所以 $b=9-b+\dfrac{10a+d}{9}$,所以当 $a=1$ 时,$d=8$,$b=9-b+2$,解得 $b=\dfrac{11}{2}$,不符合题意;当 $a=2$ 时,$d=7$,$b=9-b+3$,解得 $b=6$,则 $c=3$;当 $a=3$ 时,$d=6$,$b=9-b+4$,解得 $b=\dfrac{13}{2}$,不符合题意;当 $a=4$ 时,$d=5$,$b=9-b+5$,解得 $b=7$,则 $c=2$;当 $a=5$ 时,$d=4$,$b=9-b+6$,解得 $b=\dfrac{15}{2}$,不符合题意;当 $a=6$ 时,$d=3$,$b=9-b+7$,解得 $b=8$,则 $c=1$;当 $a=7$ 时,$d=2$,$b=9-b+8$,解得 $b=\dfrac{17}{2}$,不符合题意;当 $a=8$ 时,$d=1$,$b=9-b+9$,解得 $b=9$,则 $c=0$,不符合题意. 符合条件的"和谐数"的最大值为 6 813,最小值为 2 637,所以最大值与最小值之和为 6 813+2 637=9 450. 故答案为 3 956,9 450.

2.【解】(1)268 不是"好数",1 061 是"好数".
理由:$268=16^2+12$,16 与 12 的十位数字相同,但是 $2+6\neq9$,所以 268 不是"好数";$1\ 061=32^2+37$,32 与 37 的十位数字相同,$2+7=9$,所以 1 061 是"好数".
(2)设 p 的十位数字是 m,个位数字是 n,则 q 的十位数字是 m,个位数字是 $9-n$,所以 N 的各位数字之和是 $m+n+m+9-n=2m+9$. 因为 N 的各个数位数字之和能被 5 整除,所以 $m=3$ 或 8. 当 $m=3$ 时,$N=1\ 000m+100n+10m+9-n=1\ 010m+99n+9=3\ 039+99n$. 因为 N 能被 4 整除,所以 $n=3$ 或 7,所以 $M=33^2+36=1\ 125$ 或 $M=37^2+32=1\ 401$,即 $M=1\ 125$ 或 1 401.
当 $m=8$ 时,$N=1\ 010m+99n+9=8\ 089+99n$.
因为 N 能被 4 整除,所以 $n=1$ 或 5 或 9,所以 $M=81^2+88=6\ 649$ 或 $M=85^2+84=7\ 309$ 或 $M=89^2+80=8\ 001$,即 $M=6\ 649$ 或 7 309 或 8 001. 综上所述,满足条件的 M 有 1 125 或 1 401 或 6 649 或 7 309 或 8 001.

全章综合训练

刷中考

1. C 【解析】方程 $2x+3y=21$ 的正整数解是 $\begin{cases}x=3,\\y=5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=6,\\y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=9,\\y=1,\end{cases}$ 共 3 个,故选 C.

2. 1 【解析】因为二元一次方程组 $\begin{cases}3x+y=3,\\2x-y=2\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=a,\\y=b,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}3a+b=3,①\\2a-b=2,②\end{cases}$ ①+②得 $5a=5$,解得 $a=1$. 将 $a=1$ 代入①得 $b=0$,所以 $a+b=1+0=1$,故答案为 1.

3.【解】(1) $\begin{cases}x-y=2,①\\2x+3y=-1,②\end{cases}$ 由①,得 $x=y+2$. ③
将③代入②,得 $2(y+2)+3y=-1$,解得 $y=-1$.

将 $y=-1$ 代入③,得 $x=1$,所以方程组的解为 $\begin{cases}x=1,\\y=-1.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}3x-2y=11,①\\x+2y=1,②\end{cases}$

①+②得 $4x=12$,解得 $x=3$.

把 $x=3$ 代入②得 $y=-1$,

所以方程组的解为 $\begin{cases}x=3,\\y=-1.\end{cases}$

归纳总结 二元一次方程组的两个方程中,当同一个未知数的两个系数相等时,两个方程相减可消元;当同一个未知数的两个系数互为相反数时,两个方程相加可以消元.若同一个未知数的系数成倍数关系时,可将其中一个方程乘适当的数进行变形,从而使系数具备相等或互为相反数的关系,然后两个方程相加或相减进行消元.

4. C 【解析】因为手工艺品 A 有 x 个,手工艺品 B 有 y 个,一个手工艺品 A 需要 5 张彩色纸,一个手工艺品 B 需要 2 张彩色纸,彩色纸共用了 17 张,所以 $5x+2y=17$. 因为一个手工艺品 A 需要 3 捆细木条,一个手工艺品 B 需要 1 捆细木条,细木条共用了 10 捆,所以 $3x+y=10$. 故选 C.

5. 8(或 6 或 4) 【解析】设可以截成 x 根 3 m 长的钢管,y 根 1 m 长的钢管. 根据题意得 $3x+y=10$,所以 $y=10-3x$. 又因为 x,y 均为正整数,所以 $\begin{cases}x=1,\\y=7\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2,\\y=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=3,\\y=1,\end{cases}$ 所以共有 3 种不同的截法,$x+y=8$ 或 6 或 4,所以可能截得钢管的总根数为 8 或 6 或 4,故答案为 8(或 6 或 4).

6.【解】(1)此行程的高速费原价为 $(a+b+c)$ 元,实付 $(0.95a+0.5c)$ 元,比原价优惠了 $a+b+c-(0.95a+0.5c)=(0.05a+b+0.5c)$ 元.

(2)设此行程中 A 市与 K 市间广西境内特定路段和其他路段的单程高速费原价分别是 x 元和 y 元.

由题意得 $\begin{cases}0.5y=27.55,\\0.95x+0.95y=95.95,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=45.9,\\y=55.1.\end{cases}$

故此行程中 A 市与 K 市间广西境内特定路段和其他路段的单程高速费原价分别是 45.9 元和 55.1 元.

7. $\begin{cases}x=4,\\y=6\end{cases}$ 【解析】由图象知直线 $y=k_1x+b_1$ 与直线 $y=k_2x+b_2$ 相交于点 $A(4,6)$,所以关于 x,y 的方程组 $\begin{cases}y=k_1x+b_1,\\y=k_2x+b_2\end{cases}$ 的解是 $\begin{cases}x=4,\\y=6.\end{cases}$ 故答案为 $\begin{cases}x=4,\\y=6.\end{cases}$

刷章测

1. A 【解析】因为 $\begin{cases}x=-2,\\y=3\end{cases}$ 是关于 x,y 的二元一次方程 $mx+3y=5$ 的一个解,所以 $-2m+3\times3=5$,解得 $m=2$.

2. B 【解析】设○的质量是 x,△的质量是 y,□的质量是 z. 由题意得,$\begin{cases}3x+2y=z+5y,\\2z=x+4y,\end{cases}$ 解得 $z=3y$,故要使第三个天平保持平衡,应放△的数量为 6 个. 故选 B.

3. B 【解析】因为 $\begin{cases}x=10,\\y=-7\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=k+1,\\y=k\end{cases}$ 均是关于 x,y 的二元一次方程 $2x-y=a$ 的解,所以 $\begin{cases}20-(-7)=a,\\2(k+1)-k=a,\end{cases}$ 所以 $2(k+1)-k=20-(-7)=27$,解得 $k=25$. 故选 B.

4. B 【解析】方程组 $\begin{cases}a(x-1)-3by=3c,\\m(x-1)-3ny=3d\end{cases}$ 可化为 $\begin{cases}\dfrac{a(x-1)}{3}+b\times(-y)=c,\\\dfrac{m(x-1)}{3}+n\times(-y)=d.\end{cases}$ 因为关于 x,y 的方程组 $\begin{cases}ax+by=c,\\mx+ny=d\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=1,\\y=2,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}\dfrac{x-1}{3}=1,①\\-y=2,②\end{cases}$ 由①得 $x-1=3$,解得 $x=4$,由②得 $y=-2$,所以方程组 $\begin{cases}a(x-1)-3by=3c,\\m(x-1)-3ny=3d\end{cases}$ 的解是 $\begin{cases}x=4,\\y=-2,\end{cases}$ 故选 B.

5. D 【解析】设牙刷的单价为 x 元/支,牙膏的单价为 y 元/盒. 假设第 1 天、第 2 天的记录无误,依题意得 $\begin{cases}13x+7y=144,\\18x+11y=219,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3,\\y=15,\end{cases}$ 所以 $17x+11y=17\times3+11\times15=216$,$23x+20y=23\times3+20\times15=369\neq368$,所以第 4 天的记录有误. 故选 D.

6. D 【解析】因为一次函数 $y_1=kx+5$ 与一次函数 $y_2=2x+k$ 的图象交于点 $P(2,m)$,所以一元一次方程 $kx+5=m$ 的解为 $x=2$,①正确;将 $P(2,m)$ 分别代入 $y_1=kx+5$,$y_2=2x+k$,得 $2k+$

$5=m$，$4+k=m$，所以 $2k+5=4+k$，解得 $k=-1$，②错误；因为 $k=-1$，所以 $y_1=-x+5$，$y_2=2x-1$，把 $P(2,m)$ 代入 $y_1=-x+5$ 得 $-2+5=m$，所以 $m=3$，所以 $P(2,3)$，所以方程组 $\begin{cases}kx-y=-5,\\2x-y=-k\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=2,\\y=3,\end{cases}$ ③正确；由 $y_1=-x+5$，$y_2=2x-1$ 易得 $A(0,5)$，$D\left(\frac{1}{2},0\right)$，$B(5,0)$，所以四边形 $AODP$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times5\times5-\frac{1}{2}\times3\times\left(5-\frac{1}{2}\right)=\frac{23}{4}$，④正确. 所以正确的结论是①③④. 故选 D.

7. $\underline{-5}$ 【解析】由题意可得，$5-a\neq0$，$|a|-4=1$，解得 $a=-5$. 故答案为 -5.

8. $\underline{\begin{cases}x+y=300,\\x+600=3(y+200)\end{cases}}$ 【解析】由题意可得，$\begin{cases}x+y=300,\\x+600=3(y+200).\end{cases}$

9. $\underline{\begin{cases}x=-1,\\y=3\end{cases}}$ 【解析】$(3+2m)x+(m-2)y+9-m=0$ 可化为 $(3x-2y+9)+(2x+y-1)m=0$. 因为不论 m 取何值，方程总有一个固定不变的解，所以 $\begin{cases}3x-2y+9=0,\\2x+y-1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-1,\\y=3.\end{cases}$ 故答案为 $\begin{cases}x=-1,\\y=3.\end{cases}$

10. $\underline{600}$ 【解析】设原计划有 x 人参加，每人出 y 元. 由题意得 $\begin{cases}(x-6)(y+5)=xy,\\(x-5)(y+4)=xy,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}5x-6y=30,\\4x-5y=20,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=30,\\y=20,\end{cases}$ 所以 $xy=30\times20=600$. 故答案为 600.

关键点拨 依据题意，设原计划有 x 人参加，每人出 y 元，根据总费用相同列出方程组求解即可.

11. $\underline{y=-2x+8}$ 【解析】因为四边形 $ABCO$ 是边长为 4 的正方形，所以 $A(4,0)$，$B(4,4)$，$C(0,4)$，连接 CP，CD，易得 $DP+AP=DP+CP\geq CD$，所以当点 P 为 OB 与 CD 的交点时，$DP+AP$ 的值最小. 设 OB 所在直线的函数表达式为 $y=kx$，把 $B(4,4)$ 代入得 $4=4k$，解得 $k=1$，所以 OB 所在直线的函数表达式为 $y=x$. 因为点 D 为 AB 的中点，所以 $D(4,2)$. 设 CD 所在直线的函数表达式为 $y=mx+n$，把 $C(0,4)$，$D(4,2)$ 代入得 $\begin{cases}4=n,\\2=4m+n,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=-\frac{1}{2},\\n=4,\end{cases}$ 所以 CD 所在直线的函数表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+4$，联立得 $\begin{cases}y=-\frac{1}{2}x+4,\\y=x,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{8}{3},\\y=\frac{8}{3},\end{cases}$ 所以 $P\left(\frac{8}{3},\frac{8}{3}\right)$. 设直线 AP 的表达式为 $y=ax+t$，把 $P\left(\frac{8}{3},\frac{8}{3}\right)$，$A(4,0)$ 代入得 $\begin{cases}\frac{8}{3}=\frac{8}{3}a+t,\\0=4a+t,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-2,\\t=8,\end{cases}$ 所以直线 AP 的表达式为 $y=-2x+8$. 故答案为 $y=-2x+8$.

12. 【解】(1) $\begin{cases}3x-y=5,①\\2x+y=20,②\end{cases}$ 由①+②得 $5x=25$，解得 $x=5$. 把 $x=5$ 代入②得 $10+y=20$，解得 $y=10$，所以该方程组的解为 $\begin{cases}x=5,\\y=10.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x-1=y+5,\\\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{3}+1,\end{cases}$ 化简得 $\begin{cases}x=6+y,①\\3x-2y=-2,②\end{cases}$ 把①代入②得 $3(6+y)-2y=-2$，解得 $y=-20$. 把 $y=-20$ 代入①得 $x=-14$，所以该方程组的解为 $\begin{cases}x=-14,\\y=-20.\end{cases}$

关键点拨 (3) 利用销售每辆车获得的利润×销售数量 = 总利润，即可求出三种购车方案获得的利润，比较后即可得出结论.

13. 【解】(1) 设 A 型汽车每辆的进价为 x 万元，B 型汽车每辆的进价为 y 万元.

由题意得，$\begin{cases}x+2y=60,\\2x+3y=95,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=10,\\y=25.\end{cases}$

答：A 型汽车每辆的进价为 10 万元，B 型汽车每辆的进价为 25 万元.

(2) 设购进 A 型汽车 m 辆，B 型汽车 n 辆.

由题意得，$10m+25n=200$，所以 $m=20-\frac{5}{2}n$. 因为 m，n 均为正整数，所以 $\begin{cases}m=15,\\n=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=10,\\n=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=5,\\n=6,\end{cases}$ 所以共有 3 种购买方案.

方案一：购进 A 型汽车 15 辆，B 型汽车 2 辆；

方案二：购进 A 型汽车 10 辆，B 型汽车 4 辆；

方案三：购进 A 型汽车 5 辆，B 型汽车 6 辆.

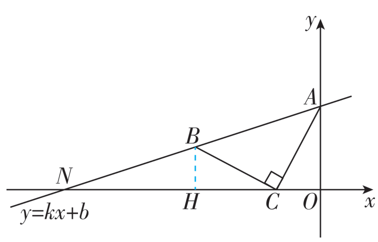
(3)方案一获得利润:$4\ 000\times15+7\ 000\times2=74\ 000$(元);方案二获得利润:$4\ 000\times10+7\ 000\times4=68\ 000$(元);方案三获得利润:$4\ 000\times5+7\ 000\times6=62\ 000$(元).

因为 $62\ 000<68\ 000<74\ 000$,

所以购进 A 型汽车 15 辆,B 型汽车 2 辆获利最大,最大利润是 74 000 元.

答:购进 A 型汽车 15 辆,B 型汽车 2 辆获利最大,最大利润是 74 000 元.

14.【解】(1)过点 B 作 $BH\perp x$ 轴于点 H,如图所示,则 $\angle BHC=90°$.



因为 $A(0,2)$,$C(-1,0)$,所以 $OA=2$,$OC=1$.

因为 $\angle ACB=90°$,所以 $\angle ACO+\angle BCH=90°$.

因为 $\angle ACO+\angle CAO=90°$,所以 $\angle BCH=\angle CAO$.

在 $\triangle ACO$ 和 $\triangle CBH$ 中,$\begin{cases}\angle AOC=\angle BHC=90°,\\ \angle CAO=\angle BCH,\\ AC=BC,\end{cases}$

所以 $\triangle ACO\cong\triangle CBH$(AAS),

所以 $CH=OA=2$,$BH=OC=1$,所以 $OH=3$,

所以点 B 的坐标为$(-3,1)$.

故答案为$(-3,1)$.

(2)将点 $A(0,2)$,点 $B(-3,1)$代入 $y=kx+b$,得$\begin{cases}b=2,\\ -3k+b=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=\dfrac{1}{3},\\ b=2,\end{cases}$所以直线 AB 的表达式为 $y=\dfrac{1}{3}x+2$.

关键点拨◀ (3)先求出 $\triangle AON$ 的面积,设 $OD=t$,再分情况讨论:① $S_{\triangle AOD}:S_{\triangle AND}=1:2$,② $S_{\triangle AOD}:S_{\triangle AND}=2:1$,分别求解即可.

(3)点 D 的坐标为$(-2,0)$或$(-4,0)$.

对于 $y=\dfrac{1}{3}x+2$,当 $y=0$ 时,$\dfrac{1}{3}x+2=0$,解得 $x=-6$,所以点 N 的坐标为$(-6,0)$,所以 $ON=6$,所以 $S_{\triangle AON}=\dfrac{1}{2}ON\cdot AO=\dfrac{1}{2}\times6\times2=6$. 设 $OD=t$. 分情况讨论:① $S_{\triangle AOD}:S_{\triangle AND}=1:2$ 时,$\dfrac{1}{2}t\times2=\dfrac{1}{3}\times6$,解得 $t=2$,所以点 D 的坐标为$(-2,0)$;② $S_{\triangle AOD}:S_{\triangle AND}=2:1$ 时,$\dfrac{1}{2}t\times2=\dfrac{2}{3}\times6$,解得 $t=4$,所以点 D 的坐标为$(-4,0)$. 综上所述,满足条件的点 D 的坐标为$(-2,0)$或$(-4,0)$.

(4)存在. 设点 P 的坐标为$\left(p,\dfrac{1}{3}p+2\right)$.

因为 N 点坐标为$(-6,0)$,C 点坐标为$(-1,0)$,所以 $CN=5$. 因为 $S_{\triangle ACP}=S_{\triangle AON}-S_{\triangle NCP}-S_{\triangle ACO}$,所以$\dfrac{1}{2}\times6\times2-\dfrac{1}{2}\times5\times\left(\dfrac{1}{3}p+2\right)-\dfrac{1}{2}\times2\times1=4$,解得 $p=-\dfrac{24}{5}$,所以$\dfrac{1}{3}p+2=\dfrac{2}{5}$,所以点 P 的坐标为$\left(-\dfrac{24}{5},\dfrac{2}{5}\right)$.

第八章 证明

1 为什么要证明

刷基础

1. B 【解析】三个连续整数中如果其中有 0,那么它们的积一定能被 6 整除;如果其中没有 0,一定有一个是 2 的倍数,一个是 3 的倍数,那么它们的积一定能被 6 整除,故选项 B 正确. 选项 A、C、D 都是猜测的结论,不能说明一定成立. 故选 B.

2.【解】(1)观察可能得出的结论是题图(1)中黑色实线是弯曲的,用直尺进行验证得出题图(1)中的黑色实线是直的.

(2)观察可能得出的结论是题图(2)中的线段 m 和 n 不一样长,用直尺进行验证得出题图(2)中的线段 m 和 n 一样长.

3. C 【解析】若 A 进入前三强,那么进入前三强的有 A、B、C、D、E,共 5 人,显然不合题意;同理,当 B 进入前三强时,也不合题意. 所以应从 C 开始进入前三强,即进入前三强的是 C、D、E.

刷有所得 两人合作所需时间越短,说明这两人的总效率越高.◀

4. B 【解析】A 和 B 合作需 7 天完成这项工作,A 和 C 合作需 11 天完成这项工作,同样有 A,和 B 合作更快,说明 B 比 C 的效率高. B 和 C